3. Elektrizität und Magnetismus

3.1. Ladung und Feld

3.1.1. Übersicht

Die Phänomene die in diesem Kapitel behandelte werden basieren auf einer Größe die bisher noch nicht diskutiert wurde: auf der elektrischen Ladung. Einige Eigenschaften der elektrischen Ladung sind

- sie ist an Materie gebunden
- sie ist quantisiert, d.h. man findet nur Vielfache der Elementarladung $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.
- es gibt positive und negative Ladungen; deren Absolutbetrag ist gleich.

Ladungen können Bewegungen durchführen. Man unterscheidet drei Bewegungszustände:

- ruhende Ladungen. Diese Systeme werden im Rahmen der Elektrostatik beschrieben.
- Ladungsbewegungen mit konstanter Geschwindigkeit, d.h. es fließen stationäre Ströme, welche statische Magnetfelder erzeugen. Dies wird im Rahmen der Magnetostatik behandelt.
- Ladungen werden beschleunigt und erzeugen deshalb elektromagnetische Wellen. Dies ist das Thema der Elektrodynamik.

3.1.2. Definitionen

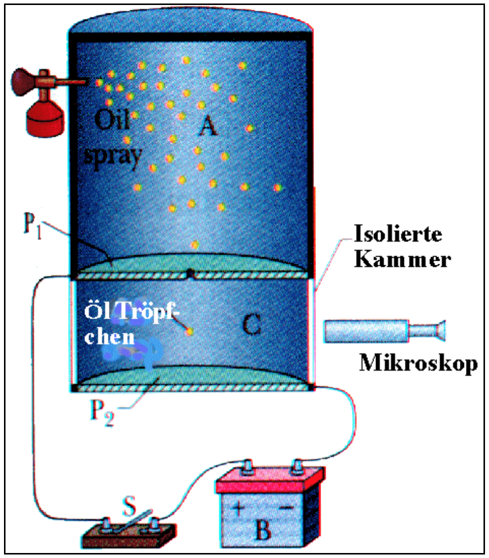
Es existieren zwei Sorten von Ladung: positive und negative.

Exp 1: Reibungselektrizität

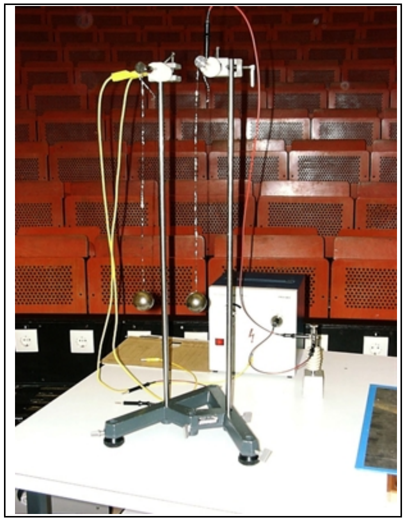
Reibt man einen Glasstab mit Leder oder Seide so erhält man positive Ladungen; reibt man einen Kunststoffstab mit einem Katzenfell oder mit Seide so erhält man negative Ladungen. Diese können auf das Elektrometer übertragen werden. Das Elektrometer zeigt Ladungen durch einen Ausschlag des Zeigers an. Durch mehrmalige Übertragung kann man die Ladungsmenge vergrößern und damit den Ausschlag erhöhen. Überträgt man zunächst eine Art von Ladung und danach, ohne das Elektrometer zu entladen die andere, so nimmt der Ausschlag ab: die beiden Arten von Ladungen heben sich gegenseitig auf. Beides sind Vielfache der

$$\text{Elementarladung} \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}.$$

Die Einheit der Ladung (C = Coulomb; nach Ch. A. Coulomb, 1736-1806) ist eine der Grundeinheiten der Elektrizitätslehre.

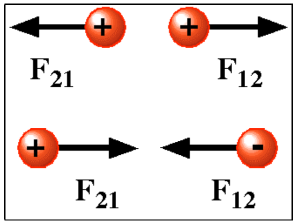


Die Quantisierung der elektrischen Ladung wurde in einem berühmten Versuch von Millikan erstmals nachgewiesen. Er brachte kleine Öltröpfchen in einen Raum zwischen zwei geladenen Kondensatorplatten. Diese Öltröpfchen wurden mit Licht ionisiert, d.h. geladen. Dadurch wurden sie im elektrischen Feld beschleunigt. Millikan beobachtete die Bewegung der Öltröpfchen durch ein Mikroskop. Um den Effekt des Feldes vom Einfluss der Schwerkraft zu unterscheiden invertierte er die Polarität der Spannung. Aus diesen Messungen konnte er die Ladung der Öltröpfchen bestimmen und zeigen dass es sich immer um ganzzahlige Vielfache der Elementarladung handelte.



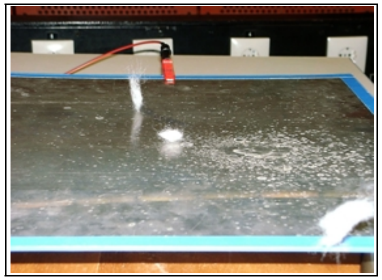
Exp. 9: Elektrostatische Anzieh./Abstoßung

Im Experiment untersuchen wir die Wechselwirkung zwischen zwei Tischtennisbällen, die mit einer Graphitschicht überzogen sind und an einem Metallband aufgehängt sind. Werden die beiden Bälle an eine Hochspannungsquelle angeschlossen, so bringt man eine Ladung auf die beiden Körper.



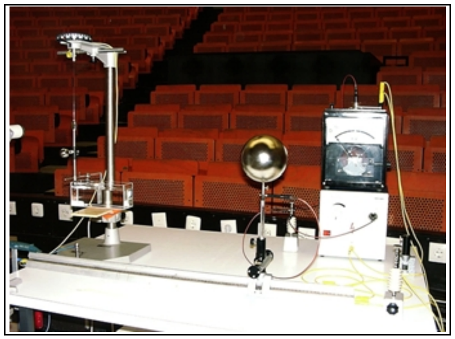
Bringt man die gleiche Ladung auf beide Körper (indem man sie mit dem gleichen Pol der Hochspannungsquelle verbindet), so stoßen sie sich ab; bringt man entgegengesetzte Ladungen auf die Kugeln so ziehen sie sich an. Eine direkte Konsequenz des unterschiedlichen Vorzeichens ist, dass elektrische Wechselwirkungen abgeschirmt werden können – im Gegensatz zur Massenanziehung.

Exp. 3: Watteflocken über geladener Platte

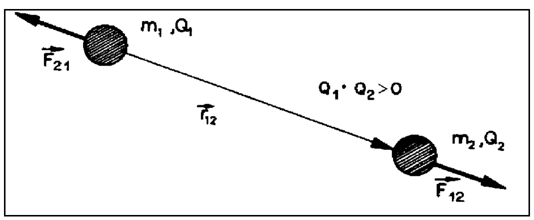


Das funktioniert nicht nur mit leitenden Gegenständen, Ladungen können auch auf nichtleitende Gegenstände wie z.B. Watteflocken aufgebracht werden wenn sie auf einer aufgeladenen Platte liegen. Sie werden dann von dieser abgestoßen und fliegen weg. Dies dauert allerdings deutlich länger als bei elektrisch leitenden Gegenständen.

Exp.5: Coulomb-Drehwage



Wir versuchen hier, diese Wechselwirkung etwas quantitativer zu untersuchen. Dazu wird eine kleine Metallkugel mit einer Hochspannungsquelle auf 10 kV aufgeladen. Eine zweite Metallkugel wird mit der gleichen Spannungsquelle aufgeladen. Die Wechselwirkung zwischen den beiden wird gemessen indem die Kraft auf die kleine Kugel als Torsionskraft auf einen Draht übertragen wird, an dem ein Spiegel befestigt ist. Die Orientierung des Spiegels wird gemessen indem ein Laserstrahl daran reflektiert und an die Wand projiziert wird. Wir führen Messungen zu unterschiedlichen Ladungen (d.h. Spannungen) und Abständen durch.



Eine Auswertung solcher und ähnlicher Messungen ergibt, dass zwischen zwei Ladungen Q_1 und Q_2 in einem Abstand r_{12} die Kräfte

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^3}\,\vec{r}_{12}$$

wirken. Hier stellt

$$\varepsilon_0 = 8.8542\cdot 10^{-12}\,\frac{C^2}{Nm^2} = 8.88542\cdot 10^{-12}\,\frac{As}{Vm}$$

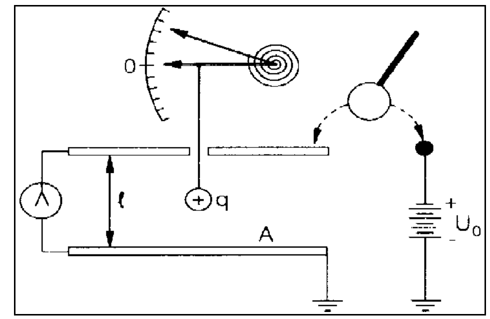
die Dielektrizitätskonstante des Vakuums dar. Dieses Kraftgesetz wird als Coulomb-Gesetz bezeichnet. Es hat offenbar die gleiche Struktur wie das Gravitationsgesetz. In beiden Fällen

ist die Kraft proportional zum Produkt der beiden Massen / Ladungen, wirkt entlang der Verbindungsachse und nimmt mit dem Quadrat des Abstandes ab.

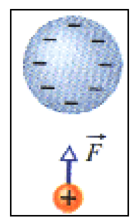
Die elektrostatische (Coulomb-) Wechselwirkung ist verantwortlich für den Zusammenhalt von Elektronen und Atomkernen in Atomen und Molekülen und damit für sämtliche chemischen und biologischen Prozesse. Die Massenanziehung ist die entscheidende Kraft für die Struktur des Kosmos. Allerdings ist die Coulomb-Wechselwirkung sehr viel stärker.

3.1.3. Elektrisches Feld

Elektrische Ladungen üben aufeinander Kräfte aus, welche dem Newton'schen Axiom „actio = reactio“ gehorchen. Häufig hat man die Situation dass ein Instrument und ein freies Testteilchen geladen sind; dann ist die Kraft, welche das Testteilchen auf die Apparatur ausübt kaum von Interesse, sondern primär die Kraft, welche die Apparatur auf das Testteilchen ausübt.



Diese Kraft ist nicht von der Masse des Teilchens abhängig, es geht lediglich seine Ladung ein. Es ist deshalb nützlich, vom konkreten Fall eines spezifischen Teilchens zu abstrahieren. Man kann die Behandlung sogar unabhängig von der Ladung des Teilchens machen indem man die Kraft durch die Ladung dividiert. Die resultierende Hilfsgröße ist das elektrische Feld.



Dieses stellt die Kraft dar, die auf eine Einheits-Probeladung wirken würde,

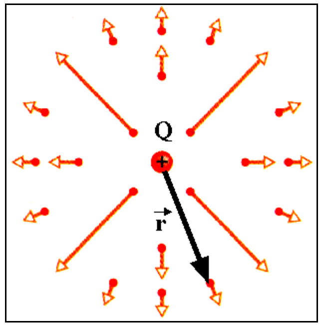
$$\vec{E} = \vec{F}/q \qquad [E] = N/C = V/m\,.$$

Diese Gleichung kann auch als Definitionsgleichung für die Einheit Volt verstanden werden. Die elektrostatische Kraft ist dementsprechend

$$[F] = N = J/m = V\,C/m\,.$$

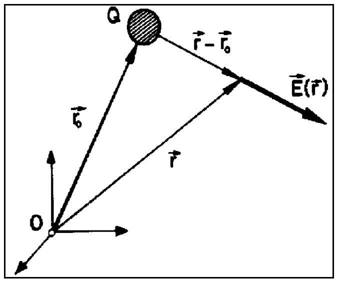
Da die Kraft eine Richtung hat muss auch das Feld eine Richtung enthalten; man bezeichnet diese Art von Feldern als Vektorfelder.

Man kann die Feldstärke an jedem Ort durch einen Pfeil darstellen, der Betrag und Richtung der Kraft angibt. Der einfachste Fall eines elektrischen Feldes ist durch das elektrische Feld einer Punktladung Q im Ursprung gegeben; das Feld hat dann die Form



$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{F}_{21}/q = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^3}\vec{r},$$

d.h. die Feldvektoren sind an allen Punkten radial nach außen gerichtet, wobei die Länge mit dem Quadrat des Abstandes abnimmt.



Ist die Ladung an einer allgemeinen Stelle $\vec{r}_0$ so wird $\vec{r}$ auf der rechten Seite der Gleichung durch $\vec{r} - \vec{r}_0$ ersetzt.

Mit einem geeigneten Messgerät kann man direkt das elektrische Feld messen. Wir führen eine solche Messung durch für eine geladene Kugel, welche ein zentrales Feld erzeugt. Wir finden dass das Feld proportional zur Ladung der Kugel und indirekt proportional zum Quadrat des Abstandes ist, also in guter Übereinstimmung mit

Exp. 6: Coulomb-Feld

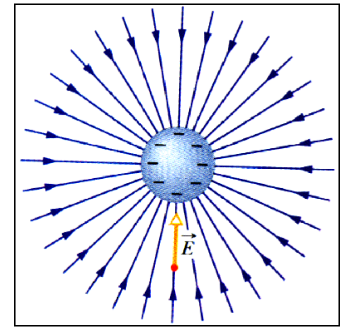
$$|E|(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

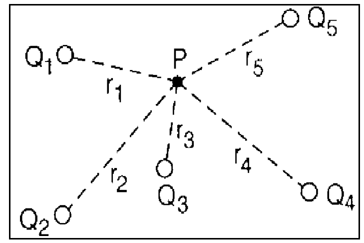
Typische Feldstärken sind

Stromleitungen in Wohnhäusern	10^{-2} V/m
Radiowellen	10^{-1} V/m
Sonnenlicht	10^{3} V/m
Blitz	10^{4} V/m
Röntgenröhre	10^{6} V/m
Wasserstoff-Atom (in 0.5 Å)	$6 \cdot 10^{11}$ V/m
Uran-Atomkern	$2 \cdot 10^{21}$ V/m

3.1.4. Feldlinien

Neben den oben dargestellten Feldvektoren stellt man elektrische Felder auch gerne durch Feldlinien dar; diese beginnen und enden immer in Ladungen; im ladungsfreien Raum können Feldlinien somit weder anfangen noch enden. An jeder Stelle geben sie die Richtung der Kraft / des Feldes an. Die Dichte der Feldlinien ist proportional zur Stärke des Feldes. Im Falle einer Kugel, nimmt die Dichte nach außen quadratisch mit dem Abstand ab, wie die Coulomb-Wechselwirkung quadratisch mit dem Abstand abnimmt.



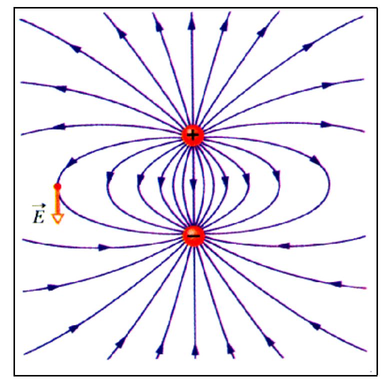


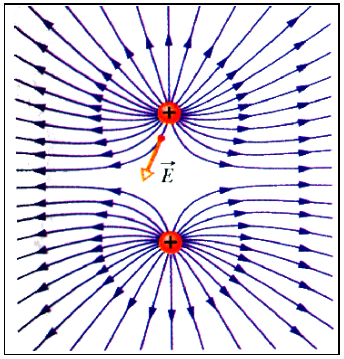
Die Felder unterschiedlicher Ladungen sind additiv: Das gesamte Feld kann als Summe über die einzelnen Beiträge berechnet werden,

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{Q_i}{(\vec{r} - \vec{r}_i)^3} (\vec{r} - \vec{r}_i).$$

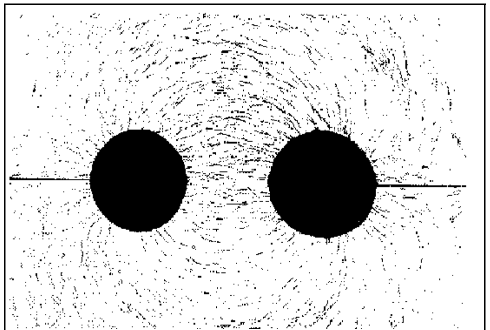
Bei allen Berechnungen dieser Art darf das zusätzliche Feld der Probenladung nicht berücksichtigt werden: das Feld ist definiert als die Kräfte, welche die anderen Ladungen auf die Probenladung ausüben; die Probeladung selber wird als infinitesimal angesehen.

Sind positive und negative Ladungen vorhanden so laufen die Feldlinien von den positiven zu den negativen Ladungen – wie sich eine positiv geladene Testladung bewegen würde. Die Richtung der Kraft an jeder Stelle ist durch die Tangente an die Feldlinie gegeben. Da die Kraft an jeder Stelle des Raumes wohl definiert ist können sich Feldlinien nicht überschneiden; am Schnittpunkt wäre die Richtung der Kraft nicht eindeutig.





Sind mehrere Ladungen mit gleichem Vorzeichen vorhanden so stoßen sich die Feldlinien gegenseitig ab.



Exp. 4: Elektrische Feldlinien

Man kann die Feldlinien sichtbar machen indem man Grieskörner in Öl in den Raum der Feldlinien bringt.

3.1.5. Elektrostatisches Potenzial

Wir eine elektrische Ladung q in einem elektrischen Feld bewegt muss Arbeit aufgewendet werden,

$$W_{ab} = \int_{a,b} \vec{F}\cdot d\vec{s} = -\, q \int_{a,b} \vec{E}\cdot d\vec{s}\,,$$

wobei verwendet wurde dass die äußere Kraft $\vec{F}$ gerade die elektrostatische Kraft Q $\vec{E}$ überwinden muss. Bei der elektrostatischen Kraft handelt es sich um eine konservative Kraft, d.h. das Schleifenintegral über einen geschlossenen Weg verschwindet,

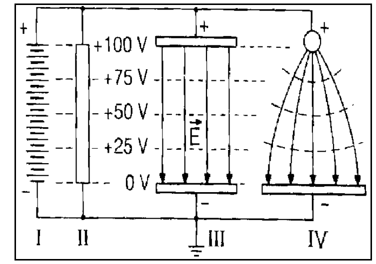
$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = 0\,.$$

Somit existiert eine potenzielle Energie, welche die Arbeit beschreibt, welche für den Transport nötig ist.

Meist verwendet man nicht die potenzielle Energie, sondern man dividiert wieder durch die Probeladung und definiert das elektrische Potenzial U als

$$U_{ab} = E_{pot}/q = W_{ab}/q = -\int_{a,b} \vec{E}\cdot d\vec{s}\,. \qquad [U] = V = J/C$$

Dabei spielt es keine Rolle auf welchem Weg man sich von A nach B bewegt. In einer gegebenen Anordnung kann jedem Punkt im Raum ein Potenzial zugeordnet werden, welches dem Integral des elektrischen Feldes vom Referenzwert 0V bis zu diesem Punkt entspricht. So besitzen die Pole einer Batterie ein wohldefiniertes Potenzial. In einem homogenen elektrischen Feld nimmt das Potenzial entlang der Feldinien linear zu.



Das elektrostatische Potenzial läßt sich für eine Punktladung relativ leicht rechnen:

Z: Wegintegral

$$U_{ab} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{a,b}\frac{Q_1}{r^3}\vec{r}\cdot d\vec{s} = -\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{a,b}\frac{dr}{r^2} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_b}-\frac{1}{r_a}\right)\,.$$

Z U(r)

In vielen Fällen ist es nützlich, eine feste Referenz zu haben. Man wählt üblicherweise das System als Referenz bei dem alle Ladungen unendlich weit voneinander entfernt sind, so dass die elektrostatische Wechselwirkung verschwindet. Bringt man die Referenzladung aus dem Unendlichen zur Position r, d.h. $r_a \to \infty$, $r_b \to r$, so wird

$$U_{\infty r} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r_b}\,.$$

Dies ist die Energie (dividiert durch die Ladung), welche benötigt wird, um die Ladung bis zum Abstand r zu bringen. Diese Größe wird einfach als das skalare Potenzial $\phi = U_{\infty r}$ bezeichnet.

Ist das Potenzial für eine Ladungsverteilung bekannt so kann umgekehrt daraus das elektrische Feld berechnet werden. Es gilt allgemein dass die Kraft als Gradient der potenziellen Energie berechnet werden kann,

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_{pot}\,.$$

Dividiert man auf beiden Seiten durch die Testladung erhält man

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi\,,$$

d.h. das elektrische Feld ist der negative Gradient des elektrischen Potenzials.

Dies ist auch eine sehr bequeme Möglichkeit, das Feld einer Ladungsverteilung zu berechnen: da das Potenzial ein skalares Feld ist kann es leichter berechnet werden als das vektorielle elektrische Feld. Man erhält das Potenzial einer beliebigen Zahl von Ladungen Q_i als die Summe

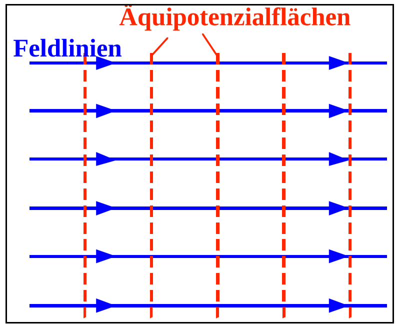
$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{Q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} .$$

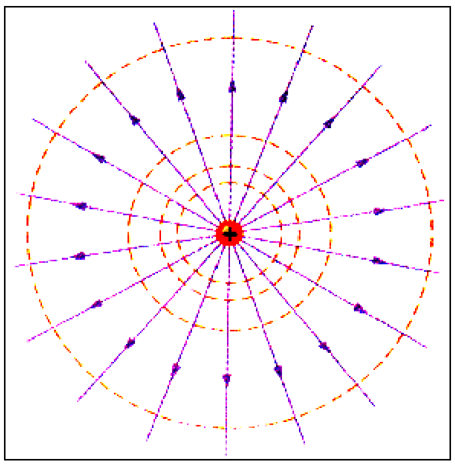
Z: Ladungen

3.1.6. Äquipotenzialflächen

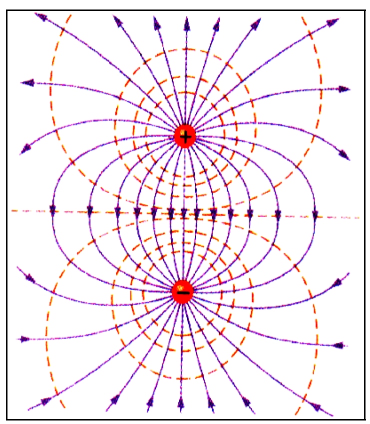
Das Potenzial kann man ebenfalls grafisch darstellen. Dafür verwendet man meist Äquipotenzialflächen, d.h. Flächen gleichen Potenzials.

Da auf einer Äquipotenzialfläche das Potenzial konstant ist und die Feldlinien durch den Gradienten des Potenzials gegeben sind stehen die Feldlinien auf jeder Äquipotenzialfläche senkrecht.

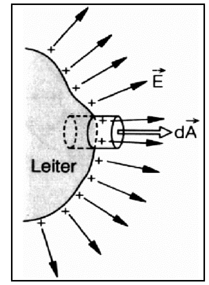




Dies ist bei einer Punktladung leicht einzusehen: die Äquipotenzialflächen sind kugelförmige Flächen und stehen damit offensichtlich senkrecht zu den Feldlinien, welche radial nach außen laufen.

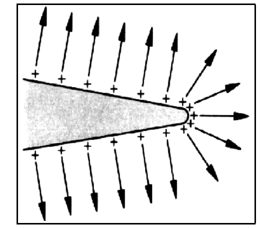


Sind mehrere Ladungen vorhanden so addieren sich wiederum die Potenziale der einzelnen Ladungen. Für einem Paar von entgegengesetzten Punktladungen findet man in der Mitte eine Ebene, welche dem Potenzial Null entspricht, während sich die Äquipotenzialflächen in der Nähe der Ladungen Kugeln annähern.

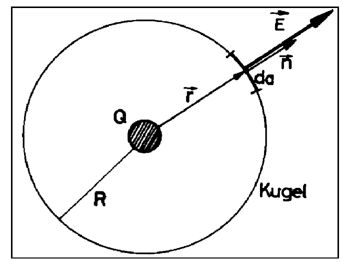


Äquipotenzialflächen findet man u.a. als Oberflächen metallischer Körper. Hier stehen somit die Feldlinien senkrecht auf der Oberläche. Sie sind proportional zur Flächenladungsdichte (siehe später).

An der Spitze von metallischen Gegenständen liegen die Äquipotenzialflächen besonders nahe beisammen; hier ist somit die Feldstärke besonders groß. Man kann diesen Effekt u.a. dazu ausnutzen, Elektronen aus einem Metall herauszulösen; der Effekt wird dann als Feldemission bezeichnet.



3.1.7. Feldgleichung



Wir betrachten eine Kugelfläche um eine Punktladung Q und integrieren den Fluss des Feldes über diese Kugel. Die Stärke des Feldes ist

$$|E| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

und die Oberfläche ist $A = 4\pi r^2$. Das Flächenintegral ist demnach

$$\int \vec{E} \cdot \vec{da} = Q/\varepsilon_0 .$$

Das Flächenintegral des elektrischen Feldes wird oft als elektrischer Fluss bezeichnet.

Wir verwenden diese Beziehung, um eine neue Größe einzuführen, die elektrische Verschiebungsdichte $\vec{D}$, welche definiert ist als das Verhältnis aus felderzeugender Ladung und Oberfläche,

$$\vec{D} = Q/A\ \vec{n} , \qquad [D] = C/m^2$$

wobei der Einheitsvektor $\vec{n}$ senkrecht auf der Oberfläche steht und nach außen zeigt. Offenbar gilt an der Oberfläche der Kugel

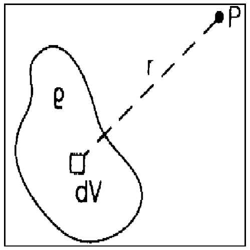
$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2} \vec{n} = \varepsilon_0\, \vec{E} .$$

Diese Beziehung gilt allgemein im Vakuum.

Setzen wir diese Beziehung in die Integralgleichung ein so finden wir

$$\int \vec{D} \cdot d\vec{a} = Q ,$$

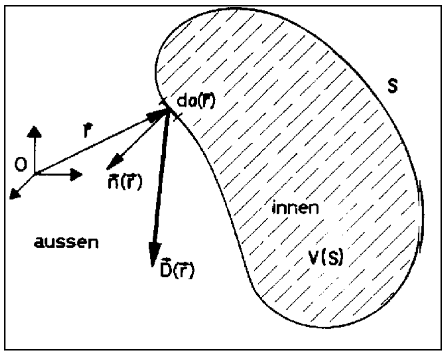
d.h. das Integral der elektrischen Verschiebungsdichte über eine (allgemeine) Oberfläche ist gleich der eingeschlossenen Ladung.



Sind mehrere Ladungen vorhanden, so wird über die einzelnen Beiträge addiert. Bei kontinuierlichen Ladungsverteilungen wird die Summe durch ein Integral ersetzt; die Ladung in einem Volumen beträgt

$$\iiint dQ = \iiint \rho_{el}\, dV = Q,$$

wobei Q hier die gesamte eingeschlossene Ladung darstellt.



Wenn wir die Feldgleichung für eine beliebige Oberfläche um ein beliebiges Volumen schreiben lautet sie

$$\iint \vec{D} \cdot d\vec{a} = \iint \vec{D} \cdot \vec{n}\, dA = \iiint \rho_{el}\, dV .$$

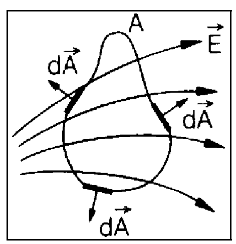
Wir wenden den Satz von Gauß auf die linke Seite an, um das Oberflächenintegral in ein Volumenintegral umzuwandeln,

$$\iint \vec{D} \cdot d\vec{a} = \iiint \mathrm{div}\, \vec{D} \cdot dV = \iiint \rho_{el}\, dV .$$

Da diese Gleichung für jedes Volumen gilt müssen die Integranden identisch sein,

$$\mathrm{div}\, \vec{D}(\vec{r}) = \rho(\vec{r}) .$$

Diese Gleichung kann als Definition der elektrischen Verschiebung betrachtet werden. Man drückt diese Beziehung auch dadurch aus dass man sagt dass die elektrischen Ladungen die Quellen des elektrischen Feldes darstellen.



Eine direkte Konsequenz ist dass der gesamte elektrische Fluss durch eine geschlossene Oberfläche verschwindet sofern sie keine Ladung einschließt.

3.1.8. Ladungsverteilungen und Felder

Die Feldgleichung sagt dass die Ladungen die Quellen des elektrischen Feldes darstellen. Dies ermöglicht es in vielen Fällen, die Felder

zu berechnen, die von einer Ladungsverteilung erzeugt werden. Das Beispiel der Punktladung wurde für die Herleitung verwendet; wir betrachten als zweites Beispiel das Feld, das von einer linienförmigen Ladung erzeugt wird.

Z: lineare Ladungsdichte

Wir nehmen an dass die Ladung gleichmäßig auf einer unendlich langem dünnen Draht verteilt sei; die Dichte sei $\lambda = \Delta Q/\Delta x$. Die elektrischen Felder $(\vec{D}, \vec{E})$ müssen aus Symmetriegründen radial von der Zeilenladung weg gerichtet sein. Der Fluss durch die Oberfläche A eines Zylinders mit Radius r und Länge l ist dann

$$\iint_A \vec{D} \cdot d\vec{n} = 2\, \pi\, r\, l\, |D(r)| = \lambda\, l ,$$

d.h. gleich der eingeschlossenen Ladung. Somit ist die elektrische Verschiebungsdichte

$$D = \lambda / (2\, \pi\, r) .$$

Die lineare Ladungsdichte wird somit durch den Umfang eines Kreises dividiert, oder die gesamte im Zylinder enthaltene Ladung (= λ l) durch die Oberfläche des Zylinders (= $2\, \pi\, r\, l$) dividiert.

Z: homogene Kugel

Als nächstes berechnen wir den Feldverlauf für eine homogene kugelförmige Ladungsverteilung mit Radius R. Außerhalb der Kugel ist der Feldverlauf unabhängig von der Verteilung der Ladung, da ja nur die Summe der eingeschlossenen Ladung eine Rolle spielt,

$$D(r>R) = Q/4\pi r^2 .$$

Für den Feldverlauf im Innern trägt jeweils nur der Anteil der Ladung bei, der sich im Inneren einer entsprechenden Kugelschale befindet. Dieser beträgt

$$Q_{innen} = Q\, r^3/R^3 .$$

Das Feld beträgt dementsprechend

$$D(r<R) = Q/4\pi\, r/R^3 .$$

Z: Feldverlauf

Innerhalb der Kugel nimmt die Feldstärke somit linear zu, während sie außerhalb quadratisch mit der Entfernung abfällt.

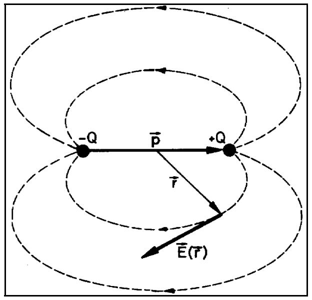
Da das Coulomb'sche Gesetz die gleiche mathematische Form aufweist wie das Newton'sche Gravitationsgesetz findet man die gleiche Abhängigkeit für die Schwerebeschleunigung im Inneren eines Planeten: lineare Zunahme unterhalb der Oberfläche, quadratische Abnahme oberhalb.

Völlig analog kann das Feld für eine ebene Ladungsverteilung der Dichte $\sigma = Q/A$ berechnet werden. Wir betrachten einen flachen Zylinder, welcher die Ebene umschließt. Dessen Oberfläche beträgt zweimal die Fläche der Ebene, so dass die Feldstärke $D = \sigma/2$ beträgt.

Z: ebene Ladungsverteilung

3.1.9. Elektrische Dipole

Ein elektrischer Dipol besteht aus zwei entgegengesetzten Ladungen in einem festen Abstand d. Das System ist somit nach außen elektrisch neutral. Die beiden Ladungen erzeugen jedoch ein Feld, das man durch Superposition von zwei Zentralfeldern leicht bestimmen kann.

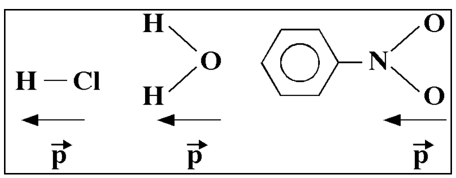


Ist der Abstand von den einzelnen Ladungen groß genug so kann man dieses System vollständig durch sein Dipolmoment

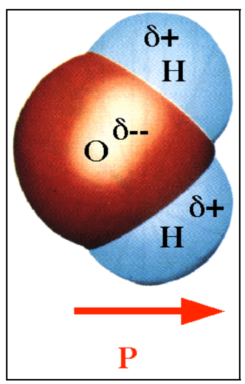
$$\vec{p} = Q\,\vec{a} \qquad [p] = \mathrm{C\,m}$$

charakterisieren, welches durch das Produkt aus Ladung und Abstand gegeben ist. Wichtig ist die Definition der Richtung: in der Physik ist die Richtung des Dipols von der negativen zur positiven Ladung; in der Chemie wird z.T. die umgekehrte Richtung verwendet.

Als Einheit wird häufig auch das Debye (nach P. Debye, 1884-1966) verwendet. Dieses ist gut auf atomare / molekulare Größen angepaßt: 1 Debye = 0.2 e Å. Diese Einheit wird v.a. auch für Dipolmomente in Molekülen verwendet. Das Dipolmoment verschwindet in symmetrischen Molekülen wie H_2, N_2, CO_2, C_6H_6.

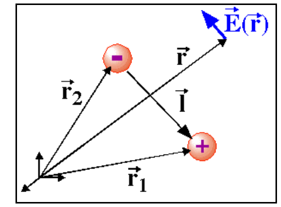


Dipolmomente treten z.B. in fast allen Molekülen mit unterschiedlichen Kernen auf. Einige Werte sind



Molekül	p/(C/m)	p/(eÅ)	p/Debye
HF	$6.37 \cdot 10^{-30}$	0.398	1.99
HCl	$3.6 \cdot 10^{-30}$	0.225	1.13
HBr	$2.67 \cdot 10^{-30}$	0.167	0.83
H_2O	$6.17 \cdot 10^{-30}$	0.385	1.93

Das Potenzial und das Feld des elektrischen Dipols erhält man als Summe über die Beiträge der einzelnen Ladungen,



$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{|\vec{r}-\vec{r}_1|} - \frac{Q}{|\vec{r}-\vec{r}_2|}\right) .$$

Ist der Abstand zu den Ladungen groß genug so kann man das Potenzial näherungsweise ausdrücken als

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3} .$$

Das elektrische Feld erhält man aus der Ableitung des Potenzials als

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\,\mathrm{grad}\,\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r} - (\vec{r}\cdot\vec{r})\vec{p}}{r^5} ,$$

wiederum in der Näherung eines großen Abstandes vom Dipol. Hier wurde der Dipol in den Koordinatenursprung gelegt ($\vec{r}_1 \sim \vec{r}_2 \sim 0$). In diesem Bereich ($r >> l$) fällt somit das Dipolfeld mit der dritten Potenz des Abstandes ab, im Gegensatz zum Monopol, wo das Feld mit der zweiten Potenz abfällt.

Diese Entwicklung in sogenannten Multipolen kann weitergeführt werden. Die entsprechenden Feldverteilungen können durch diskrete Ladungsverteilungen dargestellt werden, wobei die Multipole mathematische Näherungen für große Abstände von der Ladungsverteilung darstellen. Es ist möglich, jede Ladungsverteilung als Multipolentwicklung darzustellen, wobei die höheren Multipole mit zunehmendem Abstand an Bedeutung verlieren.

Z: Quadrupole, …

3.1.10. Bewegung geladener Teilchen im elektrischen Feld

Ein elektrisch geladenes Teilchen mit Ladung q erfährt im elektrischen Feld eine Kraft $\vec{F} = q\,\vec{E}$ und wird dadurch beschleunigt:

$$\vec{a} = \vec{E}\,q/m .$$

Damit wird (elektrostatische) potentielle Energie in kinetische Energie umgewandelt. Durchläuft es eine Spannung $V = \phi_2 - \phi_1$, so ändert sich seine kinetische Energie um

$$\Delta E_{kin} = m/2\,v^2 = -\,\Delta E_{pot} = -\,q(\phi_2-\phi_1) .$$

Man verwendet deshalb für die kinetische Energie von geladenen Teilchen gerne die Einheit

$$\text{Elektronenvolt} = \text{eV} = 1.6022 \cdot 10^{-19}\ \text{C} \cdot 1\ \text{V} = 1.6022 \cdot 10^{-19}\ \text{J}\ ,$$

resp. die üblichen Vielfachen meV, keV, MeV, GeV, … . Ein Elektronenvolt ist die Energie, welche das Teilchen beim Durchlaufen der Spannung 1 V erhält.

Um eine Idee von den relevanten Größenordnungen zu erhalten berechnen wir die Geschwindigkeit eines Elektrons nach Beschleunigung in einem Feld von 1000 V, als bei einer Energie von 1 keV:

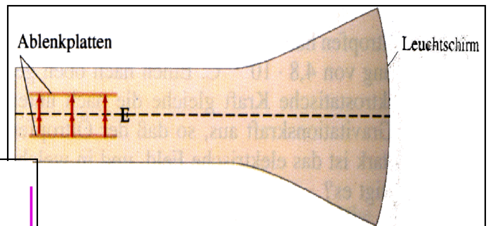
$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-16}\,\text{J}}{9.1 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}}} = 1.88 \cdot 10^{7}\ \text{m/s} = 0.06\ c\ ,$$

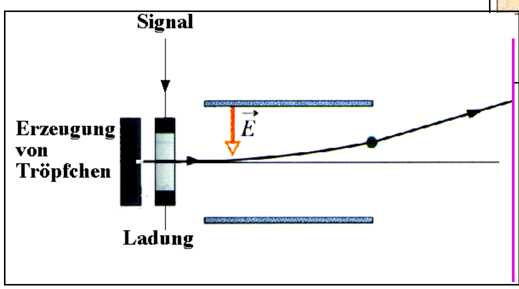
d.h. etwa 6% der Lichtgeschwindigkeit. Dementsprechend treten bei Geschwindigkeiten in dieser Größenordnung bereits relativistische Effekte auf.

Z: Bewegung senkrecht zum Feld

Fliegt ein geladenes Teilchen senkrecht zum Feld in eine Region mit elektrischem Feld so gilt das Unabhängigkeitsprinzip: es behält seine bisherige Geschwindigkeitskomponente bei und wird in Feldrichtung beschleunigt, d.h. es wird abgelenkt.

Dies wird u.a. in Oszillographen verwendet, wo eine Ablenkspannung die Bewegung von Elektronen beeinflussen, welche auf den Schirm geschossen werden.





Tintenstrahldrucker verwenden ein ähnliches Prinzip: Nachdem die Farbtröpfchen erzeugt werden erhalten sie eine Ladung, welche von außen kontrolliert werden kann. Je nach Stärke der Ladung werden sie im folgenden Feld stärker oder weniger stark abgelenkt.

Eine Kerze, die in einem elektrischen Feld brennt, erzeugt geladene Teilchen, welche in einem elektrischen Feld abgelenkt wird.